CENTRALNA KOMISJA EGZAMINACYJNA

Rodzaj dokumentu:	**Zasady oceniania rozwiązań zadań**
Egzamin:	**Egzamin maturalny** **Arkusz pokazowy**
Przedmiot:	**Fizyka**
Poziom:	**Poziom rozszerzony**
Formy arkusza:	MFAP-R0-100, MFAP-R0-200, MFAP-R0-300, MFAP-R0-700
Data publikacji dokumentu:	4 marca 2022 r.

Uwaga: Akceptowane są wszystkie odpowiedzi merytorycznie poprawne i spełniające warunki zadania.

Zadanie 1.1. (0–1)

Wymagania egzaminacyjne 2023 i 2024[1]	
Wymaganie ogólne	**Wymagania szczegółowe**
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów, rysunków schematycznych […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie
B

Zadanie 1.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.7) opisuje ruchy złożone jako sumę ruchów prostych; analizuje rzut poziomy jako przykład ruchu dwuwymiarowego.

[1] Komunikat o wymaganiach egzaminacyjnych obowiązujących w roku 2023 i 2024, https://www.gov.pl/web/edukacja-i-nauka/wymagania-egzaminacyjne-obowiazujace-na-egzaminie-maturalnym-w-roku-2023-i-2024

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1.)
3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości początkowej, tzn. poprawne wyprowadzenie równania toru ruchu: $y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$, przyrównanie współczynników równań toru ruchu: $\frac{g}{2v_0^2} = \frac{1}{18}$ oraz zapisanie prawidłowego wyniku wraz jednostką: $v_0 \approx 9{,}4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ (np. jak w krokach 1.–3.).
2 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia równania toru ruchu na symbolach wielkości fizycznych, z wykorzystaniem prawidłowych równań rzutu poziomego oraz otrzymanie równania $y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$ (np. jak w krokach 1.–2.).
1 pkt – zapisanie poprawnych równań rzutu poziomego (jako ruchu złożonego w kierunku poziomym i pionowym): $x(t) = v_0 t$ oraz $y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$ (np. jak w kroku 1.).
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 2. lub 3.)
3 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości początkowej oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.
2 pkt – wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości h i zasięgu z rzutu poziomego oraz zastosowanie związku (z wyeliminowanym czasem) między prędkością a zasięgiem i wysokością
LUB
– wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości h i zasięgu z rzutu poziomego oraz obliczenie czasu trwania ruchu (ze wzoru dla spadku swobodnego) i wykorzystanie obliczonego czasu do wzoru na prędkość poziomej składowej ruchu.
1 pkt – wyznaczenie na podstawie równania toru wysokości h i zasięgu z rzutu poziomego
LUB
– wykorzystanie zależności między wysokością i czasem dla pionowej składowej ruchu (spadku swobodnego) oraz wykorzystanie zależności między zasięgiem a prędkością i czasem dla poziomej składowej ruchu (ruchu jednostajnego prostoliniowego).
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania
Sposób 1. (wyprowadzenie równania toru ruchu)
Wyprowadzimy równanie toru ruchu kulki na symbolach wielkości fizycznych. Rzut poziomy jest złożeniem dwóch ruchów: spadku swobodnego w kierunku pionowym oraz ruchu jednostajnego prostoliniowego w kierunku poziomym.

Krok 1. Zapiszemy zależność położenia od czasu $y(t)$ dla składowej pionowej ruchu:

$$y(t) = h - s_y(t) = h - \frac{1}{2} g t^2$$

gdzie h jest wysokością, z jakiej rozpoczyna się rzut, a $s_y(t)$ jest drogą przebytą w kierunku pionowym od chwili $t = 0$. Zapiszemy zależność położenia od czasu $x(t)$ dla składowej poziomej ruchu:

$$x(t) = v_0 t$$

gdzie v_0 jest wartością składowej prędkości w kierunku poziomym.

Krok 2. Z powyższych równań wyznaczymy zależność $y(x)$:

$$t = \frac{v_0}{x} \quad \rightarrow \quad y(x) = h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2$$

Krok 3. Przyrównamy współczynniki otrzymanego równania oraz równania podanego w zadaniu (z uwzględnieniem jednostki współczynnika przy x^2):

$$y(x) = h - \frac{g}{2v_0^2} \cdot x^2 \quad \text{oraz} \quad y = 2 - \frac{1}{18} x^2 \quad \rightarrow \quad \frac{g}{2v_0^2} = \frac{1}{18} \frac{1}{\mathrm{m}}$$

Rozwiążemy otrzymane równanie:

$$\frac{9{,}81 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2v_0^2} = \frac{1}{18} \frac{1}{\mathrm{m}} \quad \rightarrow \quad \frac{v_0^2}{9} \frac{1}{\mathrm{m}} = 9{,}81 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \rightarrow \quad v_0 \approx 9{,}4 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (wykorzystanie związku między wysokością, zasięgiem a prędkością początkową)

Z równania toru ruchu wyznaczymy wysokość h oraz zasięg z rzutu. Wysokość rzutu to wartość wyrażenia $y(x)$ w położeniu początkowym $x = 0$. Zasięg to dodatnie miejsce zerowe wyrażenia $y(x)$:

$$h = y(0) \quad \rightarrow \quad h = 2 - \frac{1}{18} 0^2 = 2 \ \mathrm{m}$$

$$y(z) = 0 \quad \rightarrow \quad 2 - \frac{1}{18} z^2 = 0 \quad \rightarrow \quad z^2 = 36 \ \mathrm{m}^2 \quad \rightarrow \quad z = 6 \ \mathrm{m}$$

Wyprowadzimy związek między wysokością, zasięgiem a prędkością początkową. Skorzystamy ze wzorów na wysokość w spadku swobodnym oraz drogę w ruchu jednostajnym prostoliniowym:

$$h = \frac{1}{2} g t^2 \quad \text{oraz} \quad z = v_0 t \quad \rightarrow \quad v_0 = z \sqrt{\frac{g}{2h}}$$

$$v_0 = 6 \ \mathrm{m} \cdot \sqrt{\frac{9{,}81 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}}{2 \cdot 2 \ \mathrm{m}}} \approx 9{,}4 \ \mathrm{m/s}$$

Sposób 3. (wykorzystanie wzoru na zasięg z czasem)

Z równania toru ruchu wyznaczymy wysokość h oraz zasięg z rzutu. Wysokość rzutu to wartość wyrażenia $y(x)$ w położeniu początkowym $x = 0$. Zasięg to dodatnie miejsce zerowe wyrażenia $y(x)$:

$$h = y(0) \quad \rightarrow \quad h = 2 - \frac{1}{18} 0^2 = 2 \ \mathrm{m}$$

$$y(z) = 0 \quad \rightarrow \quad 2 - \frac{1}{18} z^2 = 0 \quad \rightarrow \quad z^2 = 36 \ \mathrm{m}^2 \quad \rightarrow \quad z = 6 \ \mathrm{m}$$

Obliczymy czas trwania ruchu kulki – czas trwania rzutu poziomego z wysokości h jest równy czasowi spadku swobodnego z tej wysokości:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2 \cdot 2}{9{,}81}} \ \mathrm{s} \approx 0{,}64 \ \mathrm{s}$$

Prędkość początkowa kulki jest równa poziomej składowej prędkości kulki, która jest stała, zatem:

$$v_0 = \frac{z}{t} \quad \rightarrow \quad v_0 \approx \frac{6 \ \mathrm{m}}{0{,}64 \ \mathrm{s}} \approx 9.4 \ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 2.1. (0–1)

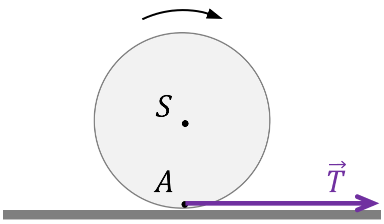
Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.6) tworzy […] diagramy […], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]. II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; II.17) opisuje opory ruchu (opory ośrodka, tarcie statyczne, tarcie kinetyczne) […]; omawia rolę tarcia na wybranych przykładach.

Zasady oceniania

1 pkt – poprawne narysowanie wektora siły tarcia zaczepionego w punkcie A.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Przykładowe rozwiązanie



Zadanie 2.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał. III.2) stosuje pojęcie bryły sztywnej; opisuje ruch obrotowy bryły sztywnej wokół osi; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

B3

Zadanie 2.3. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.4) opisuje ruchy prostoliniowe jednostajne i jednostajnie zmienne, posługując się zależnościami położenia, wartości prędkości i przyspieszenia oraz drogi od czasu; II.13) stosuje zasady dynamiki do opisu zachowania się ciał; III.4) stosuje zasady dynamiki dla ruchu obrotowego; posługuje się pojęciami przyspieszenia kątowego oraz momentu bezwładności […].

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia ilorazu prędkości kątowych kątowymi ω_1 a ω_0 oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

3 pkt – wyprowadzenie z dynamicznych równań ruchu zależności między przyśpieszeniem kątowym oraz liniowym walca (zależności równoważnej do $\frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$) oraz wyprowadzenie z kinematycznych równań ruchu (z użyciem związku $v_1 = \omega_1 R$) zależności między prędkościami kątowymi ω_1 a ω_0 z wyeliminowanym czasem.

2 pkt – poprawne zapisanie kinematycznych oraz dynamicznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca
LUB
– wyprowadzenie z kinematycznych równań ruchu (z użyciem związku $v_1 = \omega_1 R$) zależności między prędkościami kątowymi ω_1 a ω_0 z wyeliminowanym czasem (np. jak w równaniu 5) lub równoważnie)
LUB
– wyprowadzenie z dynamicznych równań ruchu zależności między przyśpieszeniem kątowym oraz liniowym walca: $\frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$ lub zależności równoważnej.

1 pkt – poprawne zapisanie kinematycznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca (np. takich jak równania 1) i 2) lub równoważnych)
LUB
– poprawne zapisanie dynamicznych równań ruchu postępowego i obrotowego walca (np. takich jak równania 7) i 8) lub równoważnych).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Do momentu ustania poślizgu walec przyśpiesza w ruchu postępowym i coraz wolniej się obraca. Zapiszemy kinematyczne równania ruchu walca: jednostajnie przyśpieszonego postępowego oraz jednostajnie opóźnionego obrotowego:

$$1)\ v_1 = at$$

$$2)\ \omega_1 = \omega_0 - \epsilon t$$

gdzie a oraz ϵ są przyśpieszeniem liniowym i kątowym walca. Gdy poślizg walca trwa, to $a \neq \epsilon R$ oraz $v \neq \omega R$. W momencie, gdy poślizg walca ustał to prędkość liniowa i prędkość kątowa związane są zależnością:

$$3)\ \ v_1 = \omega_1 R$$

Z równań 1) i 2) wyeliminujemy czas, następnie w otrzymanej zależności wykorzystamy równanie 3):

$$4)\ \ \omega_1 = \omega_0 - \frac{\epsilon v_1}{a} \qquad \rightarrow \qquad 5)\ \ \omega_1 = \omega_0 - \frac{\epsilon}{a} \cdot \omega_1 R$$

Obie strony otrzymanego równania 5) podzielimy przez ω_0:

$$6)\ \ \frac{\omega_1}{\omega_0} = 1 - \frac{\epsilon}{a} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_0} \cdot R$$

Stosunek $\frac{\epsilon}{a}$ wyznaczymy z dynamicznych równań ruchu walca: postępowego oraz obrotowego. Na walec w kierunku poziomym działa tylko siła tarcia. Wypadkowy moment siły działający na walec to moment siły tarcia, zatem:

$$7)\ \ ma = T$$

$$8)\ \ I\epsilon = TR \qquad \rightarrow \qquad 9)\ \ \frac{1}{2} mR^2 \epsilon = TR$$

Z równań 7) i 9), po wyeliminowaniu siły tarcia, otrzymujemy, że:

$$10)\ \ \frac{1}{2} mR^2 \epsilon = maR \qquad \rightarrow \qquad \frac{1}{2} R\epsilon = a \qquad \rightarrow \qquad 11)\ \ \frac{\epsilon}{a} = \frac{2}{R}$$

Iloraz prędkości kątowych obliczymy po podstawieniu równania 11) do równania 5) lub 6):

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{2}{R} \cdot \omega_1 R \qquad \rightarrow \qquad \omega_1 = \omega_0 - 2\omega_1 \qquad \rightarrow \qquad \frac{\omega_1}{\omega_0} = \frac{1}{3}$$

Zadanie 3.1. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) […] wykonuje graficznie działania na wektorach ([…] rozkładanie na składowe); I.6) tworzy […] diagramy […], rysunki schematyczne lub blokowe dla zilustrowania zjawisk bądź problemu […]; I.7) wyodrębnia z […] diagramów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. III.6) posługuje się pojęciem momentu pędu punktu materialnego […]; III.7) stosuje zasadę zachowania momentu pędu.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda konstrukcji oraz poprawny opis i uzasadnienie konstrukcji wektora prędkości w punkcie *B*.

2 pkt – zapisanie zasady zachowania momentu pędu: przyrównanie momentu pędu w punkcie *P* do momentu pędu w punkcie *B* oraz użycie wzorów na moment pędu oraz narysowanie wektora w punkcie *B* prostopadłego do promienia wodzącego o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$. Oznaczenia na rysunku i we wzorach musza być ze sobą zgodne oraz zgodne z treścią zadania.

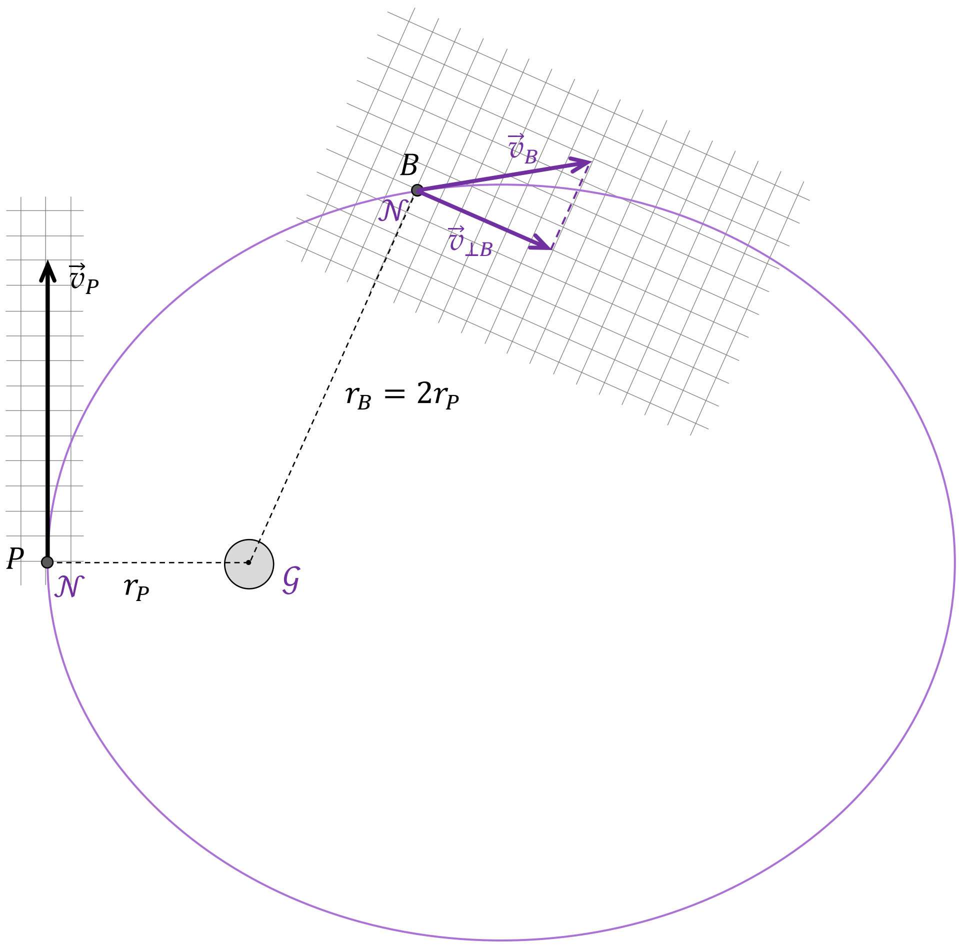
1 pkt – poprawne zapisanie zasady zachowania momentu pędu: przyrównanie momentu pędu w punkcie *P* do momentu pędu w punkcie *B* oraz użycie wzorów na moment pędu (oznaczenie we wzorze wartości składowej prędkości w punkcie *B* musi być różne od v_B)

LUB

– narysowanie wektora w punkcie *B* prostopadłego do promienia wodzącego o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$ (bez uzasadnienia i opisu).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie



Opis etapu 1. konstrukcji

W punkcie *B* rysujemy wektor $\vec{v}_{\perp B}$, prostopadły do promienia r_B o wartości dwukrotnie mniejszej od wartości wektora $\vec{v}_P$.

Uzasadnienie etapu 1. konstrukcji

Zastosujemy zasadę zachowania momentu pędu poruszającego się punktu względem centrum siły:

$$L_P = L_B \quad \rightarrow \quad r_P m v_P = r_B m v_{\perp B}$$

$$r_P v_P = 2 r_P v_{\perp B} \quad \rightarrow \quad v_{\perp B} = \frac{v_P}{2}$$

gdzie $v_{\perp B}$ to wartość składowej $\vec{v}_{\perp B}$ (prostopadłej do promienia wodzącego) wektora prędkości $\vec{v}_B$ w punkcie *B*.

Opis etapu 2. konstrukcji

Rysujemy wektor $\vec{v}_B$ styczny do toru ruchu, którego składową prostopadłą do promienia wodzącego jest $\vec{v}_{\perp B}$.

Uzasadnienie etapu 2. konstrukcji

Prędkość ciała $\mathcal{N}$ w punkcie *B* jest styczna do toru ruchu, a prędkość $\vec{v}_{\perp B}$ jest jej składową prostopadłą do promienia.

Zadanie 3.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: IV.1) posługuje się prawem powszechnego ciążenia do opisu oddziaływania grawitacyjnego […]; IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych i siły grawitacji planet na ruch ich księżyców […].

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

B

Zadanie 3.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych. IV.3) analizuje jakościowo wpływ siły grawitacji Słońca na niejednostajny ruch planet po orbitach eliptycznych […]; IV.4) wskazuje siłę grawitacji jako siłę dośrodkową w ruchu po orbicie kołowej, oblicza wartość prędkości na orbicie kołowej o dowolnym promieniu […]; IV.5) interpretuje III prawo Keplera jako konsekwencję prawa powszechnego ciążenia; stosuje do obliczeń III prawo Keplera dla orbit kołowych.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia okresu obiegu ciała $\mathcal{N}$ dookoła gwiazdy $\mathcal{G}$ (np. jak w krokach 1.–3. przykładowych rozwiązań) oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego z jednostką.

2 pkt – wyprowadzenie lub zapisanie jednego poprawnego wyrażenia (do którego zdający bezpośrednio podstawia wartości liczbowe albo na którym kończy rozwiązanie), z którego można bezpośrednio obliczyć okres obiegu pewnego ciała $\mathcal{C}$ dookoła gwiazdy $\mathcal{G}$ (po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) jedynie na podstawie odpowiednich stałych, masy gwiazdy $\mathcal{G}$ oraz promienia orbity (np. zapisanie wyrażenia na $T_{\mathcal{C}}$ jak w kroku 2. w sposobach 1.–3.)

LUB

– wyprowadzenie wyrażenia pozwalającego bezpośrednio obliczyć stosunek okresów $T_{\mathcal{C}}$ (pewnego ciała $\mathcal{C}$ obiegającego gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) i $T_{\mathcal{Z}}$ za pomocą tylko a, $a_{\mathcal{Z}}$, $M_{\mathcal{G}}$ oraz $M_{\mathcal{S}}$ (np. zapisanie wyrażenia na $\frac{T_{\mathcal{C}}}{T_{\mathcal{Z}}}$ jak w ostatnim etapie kroku 2. w sposobie 1.).

1 pkt – zapisanie relacji identyfikującej siłę grawitacji działającą na pewne ciało $\mathcal{C}$ (obiegające gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$) jako siłę dośrodkową (lub relacji identyfikującej przyśpieszenie dośrodkowe jako przyśpieszenie grawitacyjne) oraz uwzględnienie wzorów na te siły (lub przyśpieszenia) (np. jak w kroku 1. w sposobie 1. lub w sposobie 2.)

LUB

– skorzystanie ze wzoru na prędkość orbitalną (pewnego ciała $\mathcal{C}$ obiegającego gwiazdę $\mathcal{G}$ po orbicie kołowej o promieniu $r = a$), łącznie z zastosowaniem wzoru na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu dla tej orbity (np. jak w kroku 1. w sposobie 3.).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Wykorzystamy wskazówkę (1): okres obiegu ciała po orbicie eliptycznej o półosi wielkiej równej a jest równy okresowi obiegu ciała po orbicie kołowej o promieniu $r = a.$ Rozważmy więc hipotetyczne ciało $\mathcal{C}$ poruszające się po orbicie kołowej o promieniu $r = a$. Wtedy:

$$T_{\mathcal{C}} = T_{\mathcal{N}}$$

Sposób 1. (z wykorzystaniem parametrów ruchu orbitalnego Ziemi)

Krok 1. Wyznaczymy związek między okresem $T_{\mathcal{C}}$ obiegu ciała $\mathcal{C}$ po orbicie kołowej a masą $M_{\mathcal{G}}$ gwiazdy $\mathcal{G}$. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_{\mathcal{C}} \frac{v_{\mathcal{C}}^2}{a} = \frac{G m_{\mathcal{C}} M_{\mathcal{G}}}{a^2}$$

Krok 2. Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_{\mathcal{C}} = \frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez $m_{\mathcal{C}}$. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy okres $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{\left(\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}\right)^2}{a} = \frac{G M_{\mathcal{G}}}{a^2} \quad \rightarrow \quad \frac{4\pi^2 a}{{T_{\mathcal{C}}}^2} = \frac{G M_{\mathcal{G}}}{a^2} \quad \rightarrow \quad T_{\mathcal{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G M_{\mathcal{G}}}}$$

Podobnie można wyznaczyć okres obiegu Ziemi dookoła Słońca:

$$T_{\mathcal{Z}} = 2\pi\sqrt{\frac{a_{\mathcal{Z}}^3}{G M_{\mathcal{S}}}}$$

Obliczenia ułatwi wskazówka (2) zamieszczona do zadania 3.3. Obliczymy stosunek okresów $T_{\mathcal{C}}$ i $T_{\mathcal{Z}}$ z wykorzystaniem parametrów ruchu orbitalnego Ziemi:

$$\frac{T_{\mathcal{C}}}{T_{\mathcal{Z}}} = \frac{2\pi\sqrt{\frac{a^3}{G M_{\mathcal{G}}}}}{2\pi\sqrt{\frac{a_{\mathcal{Z}}^3}{G M_{\mathcal{S}}}}} = \frac{\sqrt{\frac{a^3}{M_{\mathcal{G}}}}}{\sqrt{\frac{a_{\mathcal{Z}}^3}{M_{\mathcal{S}}}}} = \sqrt{\frac{a^3}{M_{\mathcal{G}}} \cdot \frac{M_{\mathcal{S}}}{a_{\mathcal{Z}}^3}} = \sqrt{\left(\frac{a}{a_{\mathcal{Z}}}\right)^3 \cdot \frac{M_{\mathcal{S}}}{M_{\mathcal{G}}}}$$

Krok 3. Podstawimy dane do otrzymanego ilorazu okresów i obliczymy $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{T_{\mathcal{C}}}{1\ \text{rok}} = \sqrt{6^3 \cdot \frac{1}{2}} \approx 10{,}4 \quad \rightarrow \quad T_{\mathcal{C}} \approx 10{,}4\ \text{lat}$$

Ponieważ $T_{\mathcal{C}} = T_{\mathcal{N}}$, zatem

$$T_{\mathcal{N}} \approx 10{,}4\ \text{lat}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem masy Słońca i jednostki astronomicznej podanych w tablicach)
Krok 1. Wyznaczymy związek między okresem $T_{\mathcal{C}}$ obiegu ciała $\mathcal{C}$ po orbicie kołowej a masą $M_{\mathcal{G}}$ gwiazdy $\mathcal{G}$. Zapiszemy równanie identyfikujące siłę grawitacji jako siłę dośrodkową, łącznie z uwzględnieniem wzorów na te siły:

$$m_{\mathcal{C}}\frac{v_{\mathcal{C}}^2}{a} = \frac{Gm_{\mathcal{C}}M_{\mathcal{G}}}{a^2}$$

Krok 2. Do powyższego równania podstawimy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu: $v_{\mathcal{C}} = \frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}$ i jednocześnie obie strony równania podzielimy przez $m_{\mathcal{C}}$. Następnie równanie przekształcimy i wyznaczymy okres $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{\left(\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}\right)^2}{a} = \frac{GM_{\mathcal{G}}}{a^2} \qquad \rightarrow \qquad \frac{4\pi^2 a}{{T_{\mathcal{C}}}^2} = \frac{GM_{\mathcal{G}}}{a^2} \qquad \rightarrow \qquad T_{\mathcal{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{\mathcal{G}}}}$$

Krok 3. Do otrzymanego wyrażenia podstawiamy dane z treści zadania oraz z *Wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych na egzamin maturalny z biologii, chemii i fizyki:*

$$T_{\mathcal{C}} = 2\cdot 3{,}142\sqrt{\frac{(6\cdot 1{,}50\cdot 10^{11}\ \mathrm{m})^3}{6{,}67\cdot 10^{-11}\ \frac{\mathrm{N\cdot m^2}}{\mathrm{kg^2}}\cdot 2\cdot 1{,}99\cdot 10^{30}\ \mathrm{kg}}}$$

Wykonujemy obliczenia:

$$T_{\mathcal{C}} = 6{,}284\sqrt{27{,}46\cdot 10^{14}}\ \mathrm{s} \approx 32{,}9\cdot 10^7\ \mathrm{s}$$

$$T_{\mathcal{C}} \approx \frac{32{,}9\cdot 10^7\ \mathrm{s}}{3{,}6\cdot 10^3\cdot 2{,}4\cdot 10^1\cdot 3{,}65\cdot 10^2\ \frac{\mathrm{s}}{\mathrm{rok}}} \approx 1{,}04\cdot 10^1\ \text{lat} \approx 10{,}4\ \text{lat}$$

Ponieważ $T_{\mathcal{C}} = T_{\mathcal{N}}$, zatem

$$T_{\mathcal{N}} \approx 10{,}4\ \text{lat}$$

Sposób 3. (z wykorzystaniem wzoru na prędkość orbitalną)
Krok 1. Wyznaczymy związek między okresem $T_{\mathcal{C}}$ obiegu ciała $\mathcal{C}$ po orbicie kołowej a masą $M_{\mathcal{G}}$ gwiazdy $\mathcal{G}$. Skorzystamy z gotowego wzoru na prędkość ciała $\mathcal{C}$ w ruchu po orbicie kołowej o promieniu $r = a$ oraz zastosujemy wzór na prędkość w ruchu jednostajnym po okręgu.

$$v_{\mathcal{C}} = \sqrt{\frac{GM_{\mathcal{G}}}{a}} \qquad \text{oraz} \qquad v_{\mathcal{C}} = \frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}}$$

Krok 2. Z powyższych równań wyznaczymy $T_{\mathcal{C}}$:

$$\frac{2\pi a}{T_{\mathcal{C}}} = \sqrt{\frac{GM_{\mathcal{G}}}{a}} \qquad \rightarrow \qquad \frac{4\pi^2 a^2}{{T_{\mathcal{C}}}^2} = \frac{GM_{\mathcal{G}}}{a} \qquad \rightarrow \qquad T_{\mathcal{C}} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{GM_{\mathcal{G}}}}$$

Krok 3. Okres obliczamy podobnie jak w sposobie 1. lub sposobie 2.

Zadanie 4.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z […] diagramów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. X.1) analizuje rozchodzenie się […] dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych; X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
A1

Zadanie 4.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się materiałami pomocniczymi, w tym […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z […] diagramów […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu […]. X.1) analizuje rozchodzenie się […] dźwięku w powietrzu na podstawie obrazu powierzchni falowych; X.11) analizuje efekt Dopplera dla fal w przypadku, gdy źródło lub obserwator poruszają się znacznie wolniej niż fala; podaje przykłady występowania tego zjawiska.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia prędkości głośnika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką $v \approx 68\ \mathrm{m}/s$.

3 pkt – poprawna metoda wyprowadzenia oraz zapisanie związku $1{,}5 \approx \frac{v_d+v}{v_d-v}$ (lub w postaci równoważnej z prawidłowo zidentyfikowanymi prędkościami), tzn.: wykorzystanie wzorów Dopplera (albo metody jak w sposobie 3. rozwiązania) z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami oraz zastosowanie związku falowego oraz obliczenie ilorazu częstotliwości odbieranych przez mikrofony na podstawie obrazu powierzchni fazowych.

2 pkt – obliczenie ilorazu częstotliwości odbieranych przez mikrofony na podstawie obrazu powierzchni fazowych i związku falowego: $\frac{f_1}{f_2} \approx 1{,}5$

LUB

– poprawne wyprowadzenie wzoru $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_d+v}{v_d-v}$ (lub równoważnego), tzn.: wykorzystanie wzorów Dopplera z poprawnie zidentyfikowanymi częstotliwościami oraz zastosowanie związku falowego albo zastosowanie metody jak w sposobie 3. rozwiązania.

1 pkt – zapisanie wzorów Dopplera z poprawnym zidentyfikowaniem f_1 oraz f_2

LUB

– wyprowadzenie lub zapisanie związku $\frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$ (lub równoważnego)

LUB

– obliczenie ilorazu długości fal na podstawie obrazu powierzchni fazowych: $\frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 1{,}5$

LUB

– zapisanie wzorów na długości fali dźwiękowej w kierunku mikrofonów M1 i M2, np.:
$\lambda_1 = \lambda_0 - vT$, $\lambda_2 = \lambda_0 + vT$

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z wykorzystaniem dokładnych wzorów Dopplera)

Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz wyznaczonego ze wzorów Dopplera i związku falowego.

Zapiszemy wzory Dopplera na częstotliwość f_1, jaką rejestruje mikrofon M1, gdy głośnik zbliża się do niego oraz na częstotliwość f_2, jaką rejestruje mikrofon M2, gdy głośnik oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczymy iloraz częstotliwości:

$$1)\quad \begin{cases} f_1 = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d - v} \\ f_2 = f_0 \cdot \dfrac{v_d}{v_d + v} \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad 2)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

gdzie v jest wartością prędkości, z jaką głośnik zbliża się do M1 i jednocześnie oddala się od M2. Ze związków falowych wyprowadzimy wzór na iloraz długości fal:

$$3)\quad \begin{cases} v_d = f_1\lambda_1 \\ v_d = f_2\lambda_2 \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1}$$

gdzie λ_1 i λ_2 są odpowiednio długościami fali dźwiękowej docierającej do M1 i fali dźwiękowej docierającej do M2. Zmierzymy długości fal na rysunku i obliczymy ich iloraz (równy ilorazowi długości fal w rzeczywistości). Długości fal mierzymy wzdłuż prostej l między powierzchniami fazowymi (można zmierzyć dokładniej – np. na 4 długościach):

$$5)\quad \lambda_{1\,Rys} \approx \frac{3{,}2\ \mathrm{cm}}{4} \approx 0{,}8\ \mathrm{cm} \qquad\qquad \lambda_{2\,Rys} \approx \frac{4{,}75\ \mathrm{cm}}{4} \approx 1{,}2\ \mathrm{cm}$$

$$6)\quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_{2\,Rys}}{\lambda_{1\,Rys}} \approx \frac{1{,}2\ \mathrm{cm}}{0{,}8\ \mathrm{cm}} \approx \frac{1{,}2}{0{,}8} \approx 1{,}5$$

Wartość ilorazu 6) (długości fal) podstawiamy w miejsce prawej strony równania 4):

$$7)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \approx 1{,}5$$

Wartość ilorazu 7) (długości częstotliwości) podstawiamy w miejsce lewej strony równania 2). Otrzymane w ten sposób równanie przekształcimy, podstawimy dane i obliczymy prędkość głośnika:

$$8)\quad 1{,}5 \approx \frac{v_d + v}{v_d - v} \quad \rightarrow \quad 1{,}5v_d - 1{,}5v \approx v_d + v \quad \rightarrow \quad 0{,}5v_d \approx 2{,}5v$$

$$9)\quad v \approx \frac{v_d}{5} \quad \rightarrow \quad 10)\quad v \approx \frac{340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{5} \approx 68\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem przybliżonych wzorów Dopplera)
Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz wyznaczonego ze wzorów Dopplera i związku falowego.

Z obrazu powierzchni falowych wnioskujemy, że prędkość głośnika jest znacznie mniejsza od prędkości dźwięku. Dlatego użyjemy przybliżonych wzorów Dopplera. Zapiszemy przybliżone wzory Dopplera na częstotliwość f_1, jaką rejestruje mikrofon M1, gdy głośnik zbliża się do niego oraz na częstotliwość f_2, jaką rejestruje mikrofon M2, gdy głośnik oddala się od niego. Ze wzorów tych wyznaczymy iloraz częstotliwości:

$$1)\quad \begin{cases} f_1 \approx f_0 \cdot \left(1 + \dfrac{v}{v_d}\right) \\ f_2 \approx f_0 \cdot \left(1 - \dfrac{v}{v_d}\right) \end{cases} \quad \rightarrow \quad 2)\quad \frac{f_1}{f_2} = \frac{v_d + v}{v_d - v}$$

Ciąg dalszy rozwiązania jest taki sam, jak w sposobie 1.

Sposób 3. (bez użycia wzorów Dopplera)
Prędkość głośnika obliczymy na podstawie stosunku długości fal, określonego z obrazu powierzchni falowych oraz związku falowego.

Niech λ_1 i λ_2 będą długościami fali dźwiękowej docierającej odpowiednio do mikrofonów M1 i M2. Oznaczymy też jako λ_0 długość fali, jaka byłaby emitowana z nieruchomego głośnika. Ponieważ głośnik porusza się w kierunku mikrofonu M1, to porusza się także w kierunku powierzchni falowej wysłanej do tego mikrofonu (głośnik „goni” wysyłane przez siebie fale w kierunku M1). Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle głośnik po czasie jednego okresu (swoich drgań) w kierunku M1, będzie bliżej poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Z drugiej strony głośnik oddala się od powierzchni falowej wysłanej w kierunku mikrofonu M2. Zatem kolejna powierzchnia falowa, jaką wyśle głośnik po czasie jednego okresu w kierunku M2, będzie dalej od poprzednio wysłanej powierzchni o odległość $s = vT$. Stąd otrzymujemy:

$$1)\quad \begin{cases} \lambda_1 = \lambda_0 - vT \\ \lambda_2 = \lambda_0 + vT \end{cases} \qquad \rightarrow \qquad 2)\quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_0 - vT}{\lambda_0 + vT} = \frac{1 - \frac{vT}{\lambda_0}}{1 + \frac{vT}{\lambda_0}}$$

Ze związku falowego otrzymamy:

$$3)\quad v_d = \frac{\lambda_0}{T} \qquad \rightarrow \qquad 4)\quad \frac{1}{v_d} = \frac{T}{\lambda_0}$$

Na podstawie równań 2) i 4) otrzymujemy:

$$5)\quad \frac{\lambda_1}{\lambda_2} = \frac{1 - \frac{v}{v_d}}{1 + \frac{v}{v_d}} \qquad \rightarrow \qquad 6)\quad v = \frac{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} - 1}{\frac{\lambda_2}{\lambda_1} + 1} v_d$$

Zmierzymy na rysunku długości fal. Iloraz długości fal w rzeczywistości i na rysunku jest taki sam, zatem:

$$7)\quad \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{\lambda_{2\,Rys}}{\lambda_{1\,Rys}} \approx \frac{1{,}2\ \mathrm{cm}}{0{,}8\ \mathrm{cm}} \approx \frac{1{,}2}{0{,}8} \approx 1{,}5$$

Zależność 7) podstawimy do równania 6) i obliczymy prędkość głośnika:

$$v = \frac{1{,}5 - 1}{1{,}5 + 1} \cdot 340\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = 68\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

Zadanie 4.3. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymaganie szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: X.3) opisuje zależność natężenia […] fali kulistej od odległości od punktowego źródła.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

D

Zadanie 5.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.17) wyodrębnia zjawisko z kontekstu, nazywa je oraz wskazuje czynniki istotne i nieistotne dla jego przebiegu. IX.6) [szkoła podstawowa] opisuje jakościowo zjawisko załamania światła na granicy dwóch ośrodków różniących się prędkością rozchodzenia się światła; wskazuje kierunek załamania; IX.10) [szkoła podstawowa] opisuje światło białe jako mieszaninę barw i ilustruje to rozszczepieniem światła w pryzmacie.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna albo brak odpowiedzi.

Rozwiązanie

A

Zadanie 5.2. (0–4)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem. X.6) stosuje prawo odbicia i prawo załamania fal na granicy dwóch ośrodków; posługuje się pojęciem współczynnika załamania ośrodka; oblicza kąt graniczny.

Zasady oceniania

4 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu oraz kąta α_3, prawidłowe wyniki liczbowe, porównanie obu kątów oraz zapisanie poprawnego wniosku: *Promień światła nie wyjdzie przez powierzchnię BC*.

3 pkt – poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $\alpha_g \approx 36{,}8°$ oraz zapisanie związku pozwalającego obliczyć α_3:
$60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia współczynnika załamania światła dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $n \approx 1{,}67$
LUB
– poprawna metoda obliczenia kąta granicznego dla materiału pryzmatu i prawidłowy wynik liczbowy: $\alpha_g \approx 36{,}8°$

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć α_g: $\sin\alpha_g = \frac{1}{n}$ (zapis może być w postaci jednego równania: $\sin\alpha_g = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$) oraz zapisanie związku pozwalającego obliczyć α_3: $60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$.

1 pkt – zapisanie strategii rozwiązania polegającej na porównaniu kąta α_3 z kątem granicznym α_g dla materiału pryzmatu

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz poprawne obliczenie co najmniej jednego kąta lub wartości jednego z sinusów

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć α_3:
$60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$

LUB

– zapisanie związku $\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n$ oraz związku pozwalającego obliczyć α_g: $\sin\alpha_g = \frac{1}{n}$ (zapis może być w postaci jednego równania: $\sin\alpha_g = \frac{\sin\alpha_2}{\sin\alpha_1}$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Żeby rozstrzygnąć, czy promień wyjdzie na zewnątrz pryzmatu przez powierzchnię BC, należy ustalić, czy kąt α_3 jest większy, czy mniejszy od kąta granicznego α_g dla materiału pryzmatu. Jeśli okaże się, że $\alpha_3 > \alpha_g$, to nastąpi całkowite wewnętrzne odbicie od powierzchni BC, a jeśli $\alpha_3 < \alpha_g$, to promień przejdzie na zewnątrz pryzmatu. Żeby ustalić tę relację, należy obliczyć α_3.

1. Obliczymy kąty α_1 oraz α_2. W tym celu na podstawie rysunku obliczymy tangensy tych kątów i następnie użyjemy kalkulatora naukowego:

$$\mathrm{tg}\alpha_1 = \frac{15}{19} \approx 0{,}790 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \alpha_1 \approx 38{,}3°$$

$$\mathrm{tg}\alpha_2 = \frac{10}{25} = 0{,}4 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \alpha_2 \approx 21{,}8°$$

2. Obliczymy współczynnik załamania światła (n) dla materiału pryzmatu i następnie kąt graniczny (α_g):

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2} = n \quad \rightarrow \quad n \approx \frac{\sin 38{,}3°}{\sin 21{,}8°} \approx 1{,}67$$

$$\sin\alpha_g = \frac{1}{n} \approx 0{,}599 \xrightarrow{\text{kalkulator naukowy}} \alpha_g \approx 36{,}8°$$

3. Obliczymy kąt α_3. W tym celu wykorzystamy podstawowe związki geometryczne:

$$\measuredangle ACB + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180°$$

$$60° + (90° - \alpha_2) + (90° - \alpha_3) = 180° \quad \rightarrow \quad 60° - 21{,}8° - \alpha_3 = 0$$

$$\alpha_3 = 38{,}2°$$

4. Porównujemy kąty i formułujemy wniosek:

$$\alpha_3 > \alpha_g$$

Promień światła nie wyjdzie przez powierzchnię BC, tylko ulegnie całkowitemu wewnętrznemu odbiciu.

Zadanie 5.3. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: II.14) […] interpretuje II zasadę dynamiki jako związek między zmianą pędu i popędem siły. XI.1) opisuje dualizm korpuskularno-falowy światła; stosuje pojęcie fotonu […]; XI.4) posługuje się pojęciem pędu fotonu; stosuje zasadę zachowania energii i zasadę zachowania pędu do opisu emisji i absorpcji przez swobodne atomy; opisuje odrzut atomu emitującego kwant światła.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna konstrukcja kierunku i zwrotu siły $\vec{F}_{św}$, z jaką impuls światła działa na ośrodek w punkcie G: tzn. prawidłowe wyznaczenie kierunku i zwrotu wektora różnicy pędów oraz narysowanie i podpisanie wektora przeciwnego (do wektora różnicy pędów).

1 pkt – poprawna konstrukcja kierunku i zwrotu siły, z jaką ośrodek działa na impuls światła w punkcie G: (tzn. wystarczy prawidłowe wyznaczenie kierunku i zwrotu wektora różnicy pędów).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

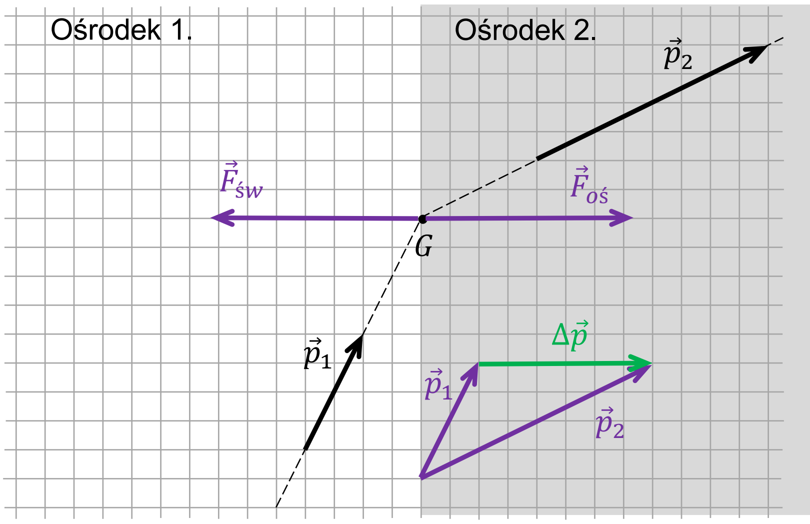
Najpierw wyznaczymy kierunek i zwrot siły $\vec{F}_{oś}$, z jaką materia ośrodka działa na impuls światła w punkcie G. Wykorzystamy korpuskularną naturę światła oraz fakt, o którym mówi II zasada dynamiki, że zmiana wektora pędu podzielona przez czas jest równa sile. Zatem wektor różnicy pędów impulsu światła ma kierunek i zwrot taki sam jak wektor siły (oddziaływania materii ośrodka na impuls światła):

Skoro $\dfrac{\Delta\vec{p}}{\Delta t} = \vec{F}_{oś}$ to $\vec{p}_2 - \vec{p}_1 \propto \vec{F}_{oś}$

Następnie skorzystamy z III zasady dynamiki: siła, z jaką impuls światła działa na punkt materii ośrodka, ma kierunek i zwrot przeciwny do siły, z jaką punkt materii ośrodka działa na impuls światła:

$$\vec{F}_{św} = -\vec{F}_{oś}$$

[Konstrukcję na rysunku oznaczono kolorem fioletowym i kolorem zielonym.]



Zadanie 6.1. (0–2)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania
2 pkt – poprawne zaznaczenia w trzech zdaniach.
1 pkt – poprawne zaznaczenia w dwóch zdaniach.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
FFP

Zadanie 6.2. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania
1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie
C2

Zadanie 6.3. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VI.7) stosuje pierwszą zasadę termodynamiki do analizy przemian gazowych; rozróżnia przemiany: izotermiczną, izobaryczną, izochoryczną i adiabatyczną gazów; VI.10) analizuje wykresy przemian gazu doskonałego.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \rightarrow C$ ciepło jest pobierane (oparta na porównaniu przemian $A \rightarrow C$ oraz $A \rightarrow D$): poprawne porównanie ubytków energii wewnętrznych (lub energii wewnętrznych końcowych) oraz prac w obu przemianach, powołanie się na fakt, że w przemianie $A \rightarrow D$ nie ma wymiany ciepła oraz poprawne wnioskowanie o tym, że ciepło musi być pobrane.

2 pkt – zauważenie i zapisanie, że końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$ (albo równoważnie, że ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \rightarrow D$) oraz zauważenie i zapisanie, że praca siły parcia w przemianie $A \rightarrow C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \rightarrow D$.

1 pkt – zauważenie i zapisanie, że końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \to C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$
LUB
– zauważenie i zapisanie, że ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \to C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$
LUB
– zauważenie i zapisanie, że praca siły parcia w przemianie $A \to C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \to D$.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 2.)
3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \to C$ ciepło jest pobierane (oparta na porównaniu przemian $A \to C$ oraz $A \to D$): zapisanie I zasady termodynamiki dla obu przemian, poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych oraz prac w obu przemianach, poprawne wykonanie odpowiednich przekształceń i wykazanie, że $Q_{AC} > 0$.
2 pkt – poprawne zapisanie I zasady termodynamiki dla przemian $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w równaniach 1) i 2)) – z uwzględnieniem konwencji znaków dla ciepła i pracy – oraz poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych i prac w przemianach $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w nierównościach 3) i 4)).
1 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla przemian $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w równaniach 1) i 2))
LUB
– poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych i prac w przemianach $A \to C$ oraz $A \to D$ (np. jak w nierównościach 3) i 4))
LUB
– poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla jednej z przemian $A \to C$ albo $A \to D$ oraz poprawne porównanie zmian energii wewnętrznych albo prac w przemianach $A \to C$ oraz $A \to D$.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 3.)
3 pkt – poprawna metoda wykazania, że w przemianie $A \to C$ ciepło jest pobierane (oparta na analizie cyklu $A \to C \to D \to A$): zapisanie I zasady termodynamiki dla cyklu $A \to C \to D \to A$, poprawne porównanie prac w obu przemianach $A \to C$ i $D \to A$, poprawne wykonanie odpowiednich przekształceń i wykazanie, że $Q_{AC} > 0$.
2 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla cyklu $A \to C \to D \to A$ z uwzględnieniem konwencji znaków dla ciepła i pracy oraz z uwzględnieniem, że $W_{CD} = 0$ (np. jak w równaniu 1) albo 2)) oraz poprawne porównanie prac w przemianach $A \to C$ i $D \to A$ (np. jak w nierówności 3)).
1 pkt – poprawne zapisanie równania I zasady termodynamiki dla cyklu $A \to C \to D \to A$ z uwzględnieniem, że $W_{CD} = 0$
LUB

– poprawne porównanie prac w przemianach $A \to C$ i $D \to A$ (np. jak w nierówności 3)) oraz zapisanie, że $W_{CD} = 0$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (wyjaśnienie słowne – porównanie przemiany $A \to C$ z przemianą $A \to D$)

Spostrzeżenie 1.

Zauważmy, że gaz w stanie C ma większą temperaturę niż gaz w stanie D (na mocy równania stanu). To oznacza, że gaz w stanie C ma większą energię wewnętrzną niż gaz w stanie D (na mocy wzoru na energię wewnętrzną).

Wniosek 1.

Zatem końcowa energia wewnętrzna w przemianie $A \to C$ jest większa od końcowej energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$.

Równoważnie powyższemu powiemy, że ubytek (utrata) energii wewnętrznej w przemianie $A \to C$ jest mniejszy od ubytku (utraty) energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$.

Spostrzeżenie 2.

Zauważmy, że praca siły parcia w przemianie $A \to C$ jest większa od pracy siły parcia w przemianie $A \to D$ (na mocy porównania pól pod wykresami).

Spostrzeżenie 3.

W przemianie adiabatycznej $A \to D$ zmiana energii wewnętrznej następuje tylko w formie pracy wykonanej przez siłę parcia (ciepło nie jest wymieniane z otoczeniem)

Wniosek 2.

Utrata energii wewnętrznej w formie pracy w przemianie $A \to C$ jest większa od utraty energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$.

Wniosek końcowy

Skoro ubytek energii wewnętrznej w przemianie $A \to C$ jest mniejszy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$ (wniosek 1.), ale z drugiej strony ubytek energii wewnętrznej w formie pracy w przemianie $A \to C$ jest większy od ubytku energii wewnętrznej w przemianie $A \to D$ (wniosek 2.) to oznacza, że w przemianie $A \to C$ musi być dodatkowo pobrana energia w postaci ciepła.

Sposób 2. (dowód algebraiczny – porównanie przemiany $A \to C$ z przemianą $A \to D$)

Krok 1. Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla przemiany $A \to C$. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona przez gaz (w jakiejkolwiek formie) ma znak ujemny. W przemianie $A \to C$ gaz się rozpręża, zatem praca jest ujemna. Ponadto temperatura gazu maleje, ponieważ $p_A v_A > p_C V_C$. Zatem energia wewnętrzna maleje także. Zgodnie z konwencją mamy:

$$1) \quad -|\Delta U_{AC}| = Q_{AC} - |W_{AC}|$$

Krok 2. Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla przemiany $A \to D$. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona przez gaz (w jakiejkolwiek formie) ma znak ujemny. W przemianie $A \to D$ gaz się rozpręża, zatem praca jest ujemna. Ponadto temperatura gazu maleje, ponieważ $p_A v_A > p_D V_D$. Zatem energia wewnętrzna maleje także. Jest to przemiana adiabatyczna, zatem ciepło wymienione w tej przemianie z otoczeniem wynosi zero. Zgodnie z konwencją mamy:

$$2) \quad -|\Delta U_{AD}| = 0 - |W_{AD}|$$

Krok 3. Porównajmy pracę i zmianę energii wewnętrznej w obu przemianach. Zauważmy, że temperatura w przemianie $A \to D$ maleje bardziej (spada o większą wartość) niż w przemianie $A \to C$ ($p_D V_D < p_C V_C$), zatem :

$$3) \quad |\Delta U_{AD}| > |\Delta U_{AC}|$$

Wartość bezwzględna pracy wykonanej przez gaz w przemianie $A \to C$ jest większa niż w przemianie $A \to D$ (pole pod wykresem $A \to C$ jest większe od pola pod $A \to D$):

$$4) \quad |W_{AC}| > |W_{AD}|$$

Określimy znak Q_{AB}. W tym celu odejmiemy stronami równania 1) i 2). Dla ustalenia uwagi weźmiemy w nawiasy wyrażenia zwierające prace i energie wewnętrze:

$$5) \quad -|\Delta U_{AC}| + |\Delta U_{AD}| = Q_{AC} - |W_{AC}| + |W_{AD}|$$

$$(|\Delta U_{AD}| - |\Delta U_{AC}|) = Q_{AC} + (|W_{AD}| - |W_{AC}|)$$

Na mocy nierówności 3) wyrażenie w pierwszym nawiasie (po lewej) jest dodatnie. Na mocy nierówności 4) wyrażenie w nawiasie po prawej jest ujemne, co symbolicznie zapiszemy:

$$+|X| = Q_{AC} - |Y| \qquad \text{zatem} \qquad Q_{AC} = |X| + |Y| > 0$$

Ponieważ $Q_{AC} > 0$, to zgodnie z konwencją ciepło w tej przemianie jest pobierane.

<u>Sposób 3.</u> (analiza cyklu $A \to C \to D \to A$)

Przeanalizujemy cykl kołowy $A \to C \to D \to A$, w którym $C \to D$ jest przemianą izochoryczną ($W_{CD} = 0$), $D \to A$ jest przemianą adiabatyczną ($Q_{DA} = 0$). Zapiszemy I zasadę termodynamiki dla tego cyklu, po uwzględnieniu, że ($\Delta U_{ACDA} = 0$):

$$0 = W_{calk} + Q_{calk}$$

Pracę i ciepło wymienione z otoczeniem w całym cyklu rozpiszemy na poszczególne przemiany. Użyjemy konwencji, zgodnie z którą energia tracona przez gaz (w jakiejkolwiek formie) jest ujemna, a zyskiwana – dodatnia: w przemianie $A \to C$ gaz się rozpręża (traci energię w formie pracy), zatem praca jest ujemna, w przemianie $D \to A$ gaz jest sprężany (zyskuje energię w formie pracy), zatem praca jest dodatnia. W przemianie $C \to D$ ciśnienie gazu maleje, zatem maleje temperatura i gaz oddaje ciepło (traci energię w postaci ciepła):

$$1) \quad 0 = -|W_{AC}| + |W_{DA}| + Q_{AC} - |Q_{CD}|$$

Z powyższego równania wyznaczymy ciepło w przemianie $A \to C$ i określimy jego znak:

$$2) \quad Q_{AC} = |W_{AC}| - |W_{DA}| + |Q_{CD}|$$

Z twierdzenia o pracy jako polu pod wykresem $p(V)$ wynika, że:

3) $|W_{AC}| > |W_{DA}|$

zatem

4) $Q_{AC} = |W_{AC}| - |W_{DA}| + |Q_{CD}| > 0$

Ponieważ $Q_{AC} > 0$, to zgodnie z przyjętą konwencją ciepło w przemianie $A \rightarrow C$ jest pobrane.

Zadanie 6.4. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; […]. VI.7) […] rozróżnia przemiany: izotermiczną […]; VI.11) stosuje równanie gazu doskonałego (równanie Clapeyrona) do wyznaczenia parametrów gazu.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawna metoda obliczenia p_Y oraz zapisanie prawidłowego wyniku: $p_Y \approx 3{,}2 \cdot p_1$.

1 pkt – zapisanie równania, zawierającego p_Y, wynikającego z własności przemiany izotermicznej $A \rightarrow B$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przemiana $A \rightarrow B$ jest izotermiczna. W przemianie izotermicznej $pV = \text{const}$, zatem:

1) $p_A V_A = p_Y V_Y$

Współrzędne punktu Y (leżącego na wierzchołku hiperboli) można zapisać:

2) $Y = (V_Y, p_Y) = (kV_1, kp_1)$

dla pewnej liczby k. Podstawimy współrzędne punktów A oraz Y do równania 1):

3) $5p_1 \cdot 2V_1 = kV_1 \cdot kp_1$

Z równania 3) wyznaczymy k:

$$10 = k^2 \qquad \rightarrow \qquad k = \sqrt{10} \approx 3{,}2$$

Zatem ciśnienie gazu w stanie Y wynosi:

$$p_Y \approx 3{,}2 \cdot p_1$$

Zadanie 7.1. (0–1)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości.	Zdający: IV.9) [szkoła podstawowa] rozróżnia i nazywa zmiany stanów skupienia; analizuje zjawiska topnienia […] jako procesy, w których dostarczenie energii w postaci ciepła nie powoduje zmiany temperatury; IV.5) [szkoła podstawowa] analizuje jakościowo związek między temperaturą a średnią energią kinetyczną (ruchu chaotycznego) cząsteczek; VI.6) opisuje skokową zmianę energii wewnętrznej w przemianach fazowych.

Zasady oceniania

1 pkt – odpowiedź poprawna.
0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Pełne rozwiązanie

A3

Zadanie 7.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI.2) rozróżnia przekaz energii w postaci ciepła między układami o różnych temperaturach i przekaz energii w formie pracy; VI.3) posługuje się pojęciem energii wewnętrznej; analizuje pierwszą zasadę termodynamiki jako zasadę zachowania energii; VI.5) wykorzystuje pojęcie ciepła właściwego oraz ciepła przemiany fazowej w analizie bilansu cieplnego.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda obliczenia temperatury początkowej wody oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.
2 pkt – spełnienie warunków za 1 pkt, zapisanie wszystkich ciepeł ze znakami zgodnie z przyjętą konwencją oraz zastosowanie wzorów na ciepła i prawidłowe podstawienie wszystkich danych.
1 pkt – zapisanie bilansu cieplnego z uwzględnieniem: ciepła pobranego przy ogrzewaniu lodu, ciepła pobranego przy stopieniu lodu, ciepła pobranego przy ogrzewaniu wody z lodu, ciepła oddanego przez wodę i ciepła oddanego przez cały układ.
0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie
Wprowadzimy oznaczenia dla danych i szukanych:
$T_l = -5\ ^\circ\mathrm{C}$ – temperatura początkowa bloku lodu.
$T_w = 55\ ^\circ\mathrm{C}$ – temperatura początkowa wody.
$T = ?$ – temperatura końcowa wody
$m_l = 0{,}43\ \mathrm{kg}$ – masa bloku lodu oraz masa wody powstałej ze stopionego lodu.
$m_w = 1{,}5\ \mathrm{kg}$ – masa początkowa wody.
$Q_{odd} = 60\ \mathrm{kJ}$ – ciepło oddane do otoczenia przez układ.

Układ woda – lód oddaje ciepło do otoczenia, nie jest wykonana praca nad tym układem, układ nie wykonuje pracy – zatem zmiana energii wewnętrznej całego układu jest równa ciepłu oddanemu. Zastosujemy konwencję, w której energia tracona w formie ciepła przez układ lub podukład ma znak ujemny:

$$\Delta U_{układu} = -|Q_{odd}|$$

Z drugiej strony, zmiana energii wewnętrznej układu jest równa sumie zmian energii wewnętrznej jego części (lodu oraz wody powstałej z lodu, wody), zatem:

$$\Delta U_{lodu\ i\ wody\ z\ lodu} + \Delta U_{wody} = -|Q_{odd}|$$

Zmiana energii wewnętrznej lodu i wody powstałej z lodu następuje wskutek pobrania ciepła (lód się ogrzewa, topi, woda z lodu się ogrzewa), natomiast zmiana energii wewnętrznej wody następuje wskutek oddania ciepła (woda się chłodzi). Zgodnie z konwencją mamy:

$$|Q_{ogrzanie\ lodu}| + |Q_{stopienie\ lodu}| + |Q_{ogrzanie\ wody\ z\ lodu}| - |Q_{chłodzenie\ wody}| = -|Q_{odd}|$$

Wykorzystamy pojęcie ciepła właściwego oraz pojęcie ciepła przemiany fazowej w powyższym bilansie cieplnym:

$$m_l c_l |0\ ^\circ\mathrm{C} - (-5\ ^\circ\mathrm{C})| + m_l L + m_l c_w |T - 0\ ^\circ\mathrm{C}| - m_w c_w |T - 55\ ^\circ\mathrm{C}| = -|Q_{odd}|$$

Podstawimy dane liczbowe z treści zadania i wykonamy obliczenia. Jednostką każdego składnika w powyższym wyrażeniu jest dżul, zatem:

$$0{,}43 \cdot 2\,050 \cdot 5\ \mathrm{J} + 0{,}43 \cdot 334\,000\ \mathrm{J} + 0{,}43 \cdot 4\,200 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} - 1{,}5 \cdot 4\,200 \cdot (55\ ^\circ\mathrm{C} - T)\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} = -60\,000\ \mathrm{J}$$

$$208\,027{,}5\ \mathrm{J} + 1\,806 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} - 6\,300 \cdot (55\ ^\circ\mathrm{C} - T)\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} = 0$$

$$208\,027{,}5\ \mathrm{J} + 1\,806 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} - 346\,500\ \mathrm{J} + 6\,300 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} = 0$$

$$8\,106 \cdot T\ \frac{\mathrm{J}}{^\circ\mathrm{C}} = 138\,472{,}5\ \mathrm{J}$$

$$T \approx 17{,}1\ ^\circ\mathrm{C}$$

Zadanie 8.1. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) […] wykonuje graficznie działania na wektorach ([…], rozkładanie na składowe). VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego. IX.6) [zakres podstawowy] […] opisuje światło jako falę elektromagnetyczną; opisuje polaryzację światła wynikającą z poprzecznego charakteru fali; IX.12) opisuje jakościowo […] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych.

Zasady oceniania

2 pkt – poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzatory w obu przypadkach:
tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$ w doświadczeniu 1. i poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ najpierw na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$ a następnie na $P_{\mathcal{B}}$ w doświadczeniu 2.

1 pkt – poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzator w doświadczeniu 1. (słownie lub graficznie na rysunku): tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$ w doświadczeniu 1. oraz stwierdzenie, że rzut ten wynosi zero (lub, że wektor nie ma składowej w kierunku $P_{\mathcal{B}}$)
LUB
– poprawne wyjaśnienia biegu wiązki światła przez polaryzatory w doświadczeniu 2. (słownie lub graficznie na rysunku): tzn.: poprawna analiza rzutu wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$, a następnie analiza rzutu tak otrzymanego wektora na płaszczyznę polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$ oraz stwierdzenie, że wynik takiego rzutowania jest różny od zera.

0 pkt – odpowiedź niepoprawna lub niepełna albo brak odpowiedzi.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Przez polaryzator o określonej płaszczyźnie polaryzacji przechodzą te składowe wektora amplitudy fali elektromagnetycznej, które są w kierunku płaszczyzny polaryzacji.

W doświadczeniu 1. światło po przejściu przez polaryzator $\mathcal{A}$ pada bezpośrednio na polaryzator $\mathcal{B}$. Ponieważ $P_{\mathcal{A}} \perp P_{\mathcal{B}}$ to także $\vec{E}_{\mathcal{A}} \perp P_{\mathcal{B}}$. Zatem wektor amplitudy fali elektromagnetycznej nie ma składowej w kierunku $P_{\mathcal{B}}$ (wektor nie posiada składowej w kierunku prostopadłym).
To oznacza, że światło nie przejdzie przez polaryzator $\mathcal{B}$ $(\vec{E}_{\mathcal{B}} = 0)$.

W doświadczeniu 2. światło po przejściu przez polaryzator $\mathcal{A}$ pada najpierw na polaryzator $\mathcal{C}$. Ponieważ płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{A}}$ i $P_{\mathcal{C}}$ nie są prostopadłe, to rzut wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na $P_{\mathcal{C}}$

jest różny od zera i wynosi $\vec{E}_{\mathcal{C}}$. Po przejściu przez $\mathcal{C}$ światło o zmienionej polaryzacji pada na polaryzator $\mathcal{B}$. Ponieważ płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$ i $P_{\mathcal{B}}$ także nie są prostopadłe, to rzut wektora $\vec{E}_{\mathcal{C}}$ na $P_{\mathcal{B}}$ jest różny od zera i wynosi $\vec{E}_{\mathcal{B}}$. Zatem przez $\mathcal{B}$ przechodzi światło – fala elektromagnetyczna o wektorze amplitudy $\vec{E}_{\mathcal{B}} \neq 0$.

Zadanie 8.2. (0–3)

Wymaganie ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.5) […] wykonuje graficznie działania na wektorach ([…] rozkładanie na składowe). VII.3) posługuje się wektorem natężenia pola elektrycznego. IX.6) [zakres podstawowy] […] opisuje światło jako falę elektromagnetyczną; opisuje polaryzację światła wynikającą z poprzecznego charakteru fali; IX.12) opisuje jakościowo […] rozchodzenie się fal elektromagnetycznych. X.2) posługuje się pojęciem natężenia fali wraz z jej jednostką (W/m^2) oraz proporcjonalnością do kwadratu amplitudy.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}}$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

2 pkt – zapisanie związku $\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}} = \frac{E_{\mathcal{B}}^2}{E_{\mathcal{A}}^2}$ (lub zapisy równoważne) oraz poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$ (wyznaczanie rzutu na $P_{\mathcal{B}}$ z rzutu $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na $P_{\mathcal{C}}$)

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$ oraz podanie prawidłowego wyniku liczbowego.

1 pkt – wykorzystanie faktu, że natężenie fali jest proporcjonalne do kwadratu jej amplitudy oraz identyfikacja amplitudy fali elektromagnetycznej jako amplitudy zmian wektora pola elektrycznego (np. zapisy: $I_{\mathcal{A}} \propto E_{\mathcal{A}}^2 \quad I_{\mathcal{B}} \propto E_{\mathcal{B}}^2$ albo zapisy równoważne)

LUB

– poprawna metoda wyznaczenia wartości $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$ (wyznaczanie rzutu na $P_{\mathcal{B}}$ z rzutu $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ na $P_{\mathcal{C}}$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

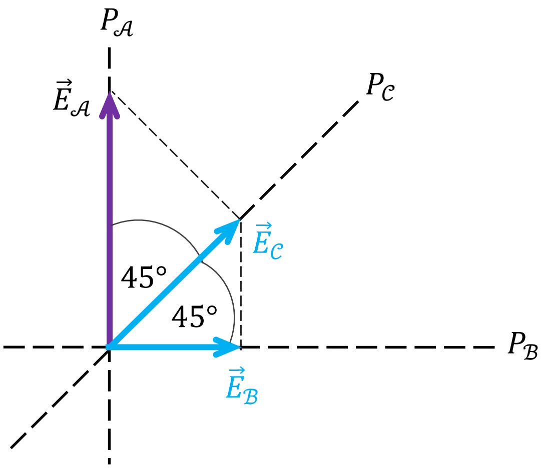
Przykładowe pełne rozwiązania

Wykorzystamy fakt, że natężenie I fali jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy A tej fali oraz fakt, że amplituda fali elektromagnetycznej jest amplitudą zmian rozchodzącego się pola elektromagnetycznego – opisywaną przez wektor $\vec{E}$ amplitudy natężenia zmiennego pola elektrycznego:

$$I \propto A^2 \qquad \text{oraz} \qquad A = E \qquad \text{czyli} \qquad I \propto E^2$$

Zatem:

$$\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}} = \frac{E_{\mathcal{B}}^2}{E_{\mathcal{A}}^2}$$



Wektor $\vec{E}_{\mathcal{B}}$ jest składową wektora $\vec{E}_{\mathcal{C}}$ w kierunku płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{B}}$, a wektor $\vec{E}_{\mathcal{C}}$ jest składową wektora $\vec{E}_{\mathcal{A}}$ w kierunku płaszczyzny polaryzacji $P_{\mathcal{C}}$ (zobacz rysunek).

Wyznaczymy stosunek wartości pól elektrycznych:

<u>Sposób 1.</u> (obliczenia $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$)

$$E_{\mathcal{B}} = E_{\mathcal{C}} \cdot \cos 45° \quad \text{oraz} \quad E_{\mathcal{C}} = E_{\mathcal{A}} \cdot \cos 45° \quad \rightarrow \quad E_{\mathcal{B}} = E_{\mathcal{A}} \cdot (\cos 45°)^2 = \frac{E_{\mathcal{A}}}{2}$$

$$\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}} = \frac{1}{2}$$

<u>Sposób 2.</u> (obliczenia $\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}$)

Zapiszemy związki wynikające z relacji między bokami w trójkątach prostokątnych równoramiennych:

$$E_{\mathcal{A}} = \sqrt{2} \cdot E_{\mathcal{C}} \quad \text{oraz} \quad E_{\mathcal{C}} = \sqrt{2} \cdot E_{\mathcal{B}} \quad \rightarrow \quad E_{\mathcal{A}} = \sqrt{2} \cdot \sqrt{2} \cdot E_{\mathcal{B}} = 2 \cdot E_{\mathcal{B}}$$

$$\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}} = \frac{1}{2}$$

Zatem:

$$\frac{I_{\mathcal{B}}}{I_{\mathcal{A}}} = \left(\frac{E_{\mathcal{B}}}{E_{\mathcal{A}}}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

Zadanie 9. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VI. 12) [szkoła podstawowa] posługuje się pojęciem oporu elektrycznego jako własnością przewodnika; stosuje do obliczeń związek między napięciem a natężeniem prądu i oporem; posługuje się jednostką oporu. VIII.10) interpretuje I prawo Kirchhoffa jako przykład zasady zachowania ładunku; VIII.11) analizuje dodawanie i odejmowanie napięć w obwodzie z uwzględnieniem źródeł i odbiorników energii (II prawo Kirchhoffa); VIII.12) posługuje się pojęciem oporu zastępczego; oblicza opór zastępczy układu oporników połączonych szeregowo lub równolegle.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 1.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu opornika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawne zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio obliczyć R po podstawieniu danych (np. zapisania równania 3) albo 4) w sposobie 1. albo równania równoważnego)
LUB
– zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu przepływającego przez amperomierz i oporem zastępczym opornika i woltomierza oraz zastosowanie wzoru na opór zastępczy opornika i woltomierza (np. zapisania równań 2) oraz 1) w sposobie 1. albo równań równoważnych).

1 pkt – zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu przepływającego przez amperomierz i oporem zastępczym opornika i woltomierza (np. zapisania równania 2) albo obliczenie $\frac{U_V}{I_A} = \frac{12{,}0\ \mathrm{V}}{215 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{A}} \approx 55{,}8\ \mathrm{k\Omega}$).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Zasady oceniania
(dla rozwiązania sposobem 2.)

3 pkt – poprawna metoda obliczenia oporu opornika oraz prawidłowy wynik liczbowy z jednostką.

2 pkt – poprawne wyprowadzenie i zapisanie jednego równania, z którego można bezpośrednio obliczyć R po podstawieniu danych (np. zapisania równania 6) albo 7) w sposobie 2. albo równania równoważnego)
LUB

– zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie I prawa Kirchhoffa oraz II prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 2) i 4) w sposobie 2. albo równań równoważnych).

1 pkt – zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie I prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 2) w sposobie 2. albo równań równoważnych)

LUB

– zapisanie związku między napięciem na woltomierzu a natężeniem prądu płynącego przez opornik i oporem oraz zastosowanie II prawa Kirchhoffa (np. zapisanie równań jak 1) i 3) albo równania 4) w sposobie 2. albo równań równoważnych).

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z wykorzystaniem oporu zastępczego)

Fragment obwodu złożony z opornika i podłączonego do niego woltomierza potraktujemy jako jeden element, przez który płynie prąd o natężeniu $I_{\mathrm{A}} = 215\ \mu\mathrm{A}$. Wyznaczymy opór tego fragmentu obwodu (opór zastępczy):

$$1)\quad \frac{1}{R_{R\mathrm{V}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\mathrm{V}}}$$

Z drugiej strony, napięcie na tym fragmencie obwodu jest takie jak na woltomierzu i wiąże się ze zmierzonym natężeniem prądu i oporem zastępczym fragmentu obwodu następująco:

$$2)\quad U_V = I_A R_{R\mathrm{V}}$$

Z równań 1) i 2) wyznaczymy $\frac{1}{R}$:

$$3)\quad \frac{I_A}{U_{\mathrm{V}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\mathrm{V}}}$$

$$4)\quad \frac{1}{R} = \frac{I_A}{U_{\mathrm{V}}} - \frac{1}{R_{\mathrm{V}}}$$

Do równania 4) podstawimy dane z treści zadania i obliczymy R:

$$\frac{1}{R} = \frac{215 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{A}}{12{,}0\ \mathrm{V}} - \frac{1}{8 \cdot 10^5\ \Omega} \approx \frac{1{,}667}{10^5\ \Omega}$$

$$R = 0{,}599\ldots \cdot 10^5\ \Omega \approx 0{,}60 \cdot 10^5\ \Omega \approx 60\ \mathrm{k\Omega}$$

Sposób 2. (z wykorzystaniem praw Kirchhoffa)

Opór opornika obliczymy ze związku między napięciem a natężeniem prądu i oporem:

$$1)\quad R = \frac{U_{\mathrm{V}}}{I_R}$$

gdzie I_R jest natężeniem prądu płynącego przez opornik. Na podstawie I prawa Kirchhoffa mamy:

$$2)\quad I_{\mathrm{A}} = I_R + I_{\mathrm{V}}$$

gdzie I_{V} jest natężeniem prądu płynącego przez woltomierz. Na podstawie II prawa Kirchhoffa mamy:

$$3)\quad U_{\mathrm{V}} = U_R$$

W równaniu 3) wykorzystamy związek pomiędzy napięciem a natężeniem prądu i oporem:

$$4)\quad I_{\mathrm{V}}R_{\mathrm{V}} = I_R R$$

Z równań 1), 2) i 4) wyznaczymy $\frac{1}{R}$:

$$5)\quad I_{\mathrm{A}} = I_R + \frac{R}{R_{\mathrm{V}}} I_R = \left(1 + \frac{R}{R_{\mathrm{V}}}\right) \cdot \frac{U_{\mathrm{V}}}{R} = \frac{U_{\mathrm{V}}}{R} + \frac{U_{\mathrm{V}}}{R_{\mathrm{V}}}$$

$$6)\quad \frac{I_A}{U_{\mathrm{V}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R_{\mathrm{V}}} \qquad \rightarrow \qquad 7)\quad \frac{1}{R} = \frac{I_A}{U_{\mathrm{V}}} - \frac{1}{R_{\mathrm{V}}}$$

Do równania 7) podstawimy dane z treści zadania i obliczymy R:

$$\frac{1}{R} = \frac{215 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{A}}{12{,}0\ \mathrm{V}} - \frac{1}{8 \cdot 10^5\ \Omega} \approx \frac{1{,}667}{10^5\ \Omega}$$

$$R = 0{,}599 \ldots \cdot 10^5\ \Omega \approx 0{,}60 \cdot 10^5\ \Omega \approx 60\ \mathrm{k\Omega}$$

Zadanie 10. (0–2)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
III. Planowanie i przeprowadzanie obserwacji lub doświadczeń oraz wnioskowanie na podstawie ich wyników. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: VII.1) [szkoła podstawowa] nazywa bieguny magnesów stałych i opisuje oddziaływanie między nimi. I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. IX.1) posługuje się pojęciem pola magnetycznego; rysuje linie pola magnetycznego w pobliżu magnesów stałych i przewodników z prądem ([…] zwojnica); IX.9) opisuje zjawisko indukcji elektromagnetycznej; stosuje regułę Lenza […]; IX.13) doświadczalnie: b) demonstruje zjawisko indukcji elektromagnetycznej i jego związek ze względnym ruchem magnesu i zwojnicy […].

Zasady oceniania

2 pkt – prawidłowe zaznaczenie na obu rysunkach kierunku przepływu prądu przez amperomierz oraz prawidłowe wpisanie na obu rysunkach biegunów powstających na końcach rdzenia.

1 pkt – prawidłowe wpisanie na obu rysunkach biegunów magnetycznych powstających na końcach rdzenia

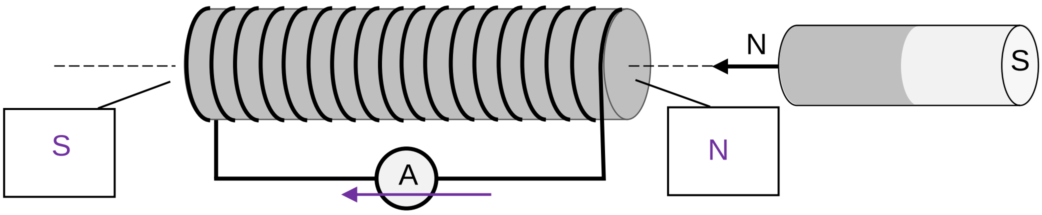
LUB

– prawidłowe zaznaczenie na obu rysunkach kierunku przepływu prądu przez amperomierz.

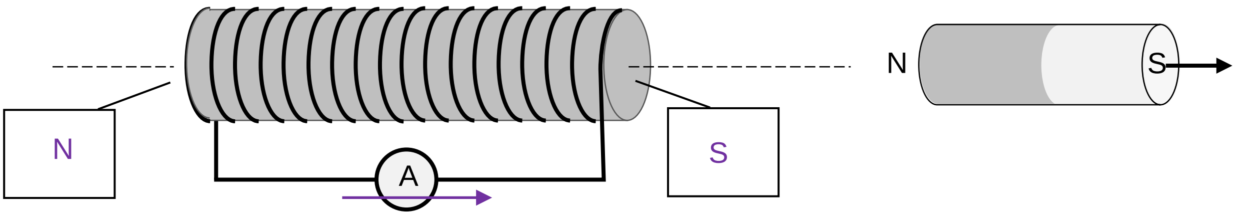
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Rysunek 1.



Rysunek 2.



Zadanie 11.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
I. Wykorzystanie pojęć i wielkości fizycznych do opisu zjawisk oraz wskazywanie ich przykładów w otaczającej rzeczywistości. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.7) wyodrębnia z tekstów, […], rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XI.1) […] stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii; XI.4) […] stosuje zasadę zachowania energii […] do opisu emisji […] przez swobodne atomy […].

Zasady oceniania

1 pkt – rozwiązanie poprawne.

0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

f_{43} < f_{32} < f_{42} < f_{21} < f_{31} < f_{41}

Zadanie 11.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych. IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.7) wyodrębnia z tekstów, […] rysunków schematycznych lub blokowych informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XI.1) […] stosuje pojęcie fotonu oraz jego energii; XI.2) […] interpretuje linie widmowe jako skutek przejść między poziomami energetycznymi w atomach z emisją lub absorpcją kwantu światła; rozróżnia stan podstawowy i stany wzbudzone atomu; XI.4) […] stosuje zasadę zachowania energii […] do opisu emisji […] przez swobodne atomy […]; *ALBO* XI.3) analizuje seryjny układ linii widmowych na przykładzie widma atomu wodoru; oblicza różnice energii pomiędzy poziomami energetycznymi w atomie wodoru.

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda ustalenia przejścia dla linii widmowej L_3 (tzn. wykonanie obliczeń prowadzących do identyfikacji przejścia poprzez równanie $E_{fot3} = E_b - E_a$), prawidłowe obliczenia oraz zapisanie poprawnej odpowiedzi: linia L_3 odpowiada przejściu $4 \rightarrow 2$.

2 pkt – poprawna metoda obliczenia energii fotonu odpowiadającej linii widmowej L_3 (tzn. zastosowanie wzoru Plancka i związku falowego), prawidłowy wynik liczbowy z jednostką oraz poprawne obliczenie energii elektronów na poziomach energetycznych do czwartego włącznie.

1 pkt – opisanie strategii rozwiązania
LUB
– wykorzystanie wzoru Plancka i związku falowego do obliczenia energii fotonu odpowiadającej linii widmowej L_3
LUB
– poprawne obliczenie energii elektronów na poziomach energetycznych do czwartego włącznie.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Przykładowe pełne rozwiązanie

Strategia rozwiązania. Obliczymy energię fotonu E_{fot3} odpowiadającą linii widmowej L_3 oraz obliczymy wszystkie różnice $E_b - E_a$ pomiędzy energiami elektronu w atomie wodoru na poziomach $b \in \{4,3,2\}$ oraz $a \in \{3,2,1\}$. Dla przejścia $a \to b$, któremu odpowiada linia L_3, spełnione będzie równanie wynikające z zasady zachowania energii (przy pominięciu odrzutu atomu):

$$E_{fot3} = E_b - E_a$$

Krok 1. Energię fotonu odpowiadającą linii L3 obliczymy ze wzoru Plancka z wykorzystaniem związku falowego:

$$E_{fot3} = hf \quad c = \lambda f \quad \to \quad E_{fot3} = \frac{hc}{\lambda}$$

$$E_{fot3} = \frac{6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s} \cdot 3 \cdot 10^{8}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}{486 \cdot 10^{-9}\ \mathrm{m}} = \frac{19{,}89 \cdot 10^{-26}\ \mathrm{J \cdot m}}{4{,}86 \cdot 10^{-7}\ \mathrm{m}} \approx 4{,}09 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}$$

Ponieważ $1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \approx 1\ \mathrm{eV}$, zatem:

$$E_{fot3} \approx 4{,}09 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J} \cdot \frac{1\ \mathrm{eV}}{1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{J}} \approx 2{,}55\ \mathrm{eV}$$

Krok 2. Zapiszemy energie elektronu w atomie wodoru do czwartego poziomu:

$$E_n = \frac{E_1}{n^2} \quad \text{oraz} \quad E_1 \approx -13{,}61\ \mathrm{eV} \quad \text{zatem:}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{2^2} \approx -3{,}40\ \mathrm{eV} \qquad E_3 = \frac{E_1}{3^2} \approx -1{,}51\ \mathrm{eV} \qquad E_4 = \frac{E_1}{4^2} \approx -0{,}85\ \mathrm{eV}$$

Krok 3. Zauważamy, że:

$$E_4 - E_2 \approx 2{,}55\ \mathrm{eV} \quad \text{oraz} \quad E_{fot3} \approx 2{,}55\ \mathrm{eV}$$

Zapisanie odpowiedzi. Ponieważ $E_4 - E_2 = E_{fot3}$, to linii widmowej L_3 odpowiada przejście elektronu z poziomu energetycznego $n = 4$ na poziom energetyczny $n = 2$.

Zadanie 12.1. (0–1)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. II. Rozwiązywanie problemów z wykorzystaniem praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] tablicami fizycznymi i chemicznymi […]. XII.6) zapisuje reakcje jądrowe, stosując zasadę zachowania liczby nukleonów i zasadę zachowania ładunku; XII.9) […] opisuje rozpady alfa, beta (β^+, β^-).

Zasady oceniania

1 pkt – rozwiązanie poprawne.
0 pkt – rozwiązanie niepoprawne lub niepełne albo brak rozwiązania.

Pełne rozwiązanie

Sposób 1. (podanie symbolu pierwiastka wraz z liczbami atomową i masową)

Symbol oraz nazwa pierwiastka X: $^{226}_{88}\mathrm{Ra}$ – *rad*

Symbol oraz nazwa pierwiastka Y: $^{218}_{84}\mathrm{Po}$ – *polon*

Sposób 2. (podanie symbolu pierwiastka bez liczby atomowej i bez liczby masowej)

Symbol oraz nazwa pierwiastka X: Ra – *rad*

Symbol oraz nazwa pierwiastka Y: Po – *polon*

Zadanie 12.2. (0–3)

Wymagania ogólne	Wymagania szczegółowe
IV. Posługiwanie się informacjami pochodzącymi z analizy materiałów źródłowych, w tym tekstów popularnonaukowych. V. Budowanie modeli fizycznych i matematycznych do opisu zjawisk oraz ilustracji praw i zależności fizycznych.	Zdający: I.2) posługuje się […] kartą wybranych wzorów i stałych fizykochemicznych; I.4) przeprowadza obliczenia liczbowe, posługując się kalkulatorem; I.7) wyodrębnia z […] wykresów […] informacje kluczowe dla opisywanego zjawiska bądź problemu; przedstawia te informacje w różnych postaciach. XII.12) opisuje rozpad izotopu promieniotwórczego; posługuje się pojęciem czasu połowicznego rozpadu […].

Zasady oceniania

3 pkt – poprawna metoda wyznaczenia ułamka z początkowej liczby jąder po $150\ \mathrm{h}$ (tzn. zastosowanie równania prawa połowicznego rozpadu do wyznaczenia czasu połowicznego zaniku oraz do obliczenia ułamka liczby jąder po $150\ \mathrm{h}$) oraz podanie wyniku $\frac{N(t)}{N_0} \approx 0{,}32$ lub wyniku mieszczącego się w przedziale od $0{,}31$ do $0{,}33$.

2 pkt – poprawna metoda wyznaczenia dokładnego czasu połowicznego rozpadu (tzn. zastosowanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego) oraz podanie wyniku $T \approx 92\ \mathrm{h}$ lub wyniku mieszczącego się w przedziale od $90\ \mathrm{h}$ do $94\ \mathrm{h}$

LUB

– rozwiązanie niedokładne, tzn.: zastosowanie przybliżenia liniowego zależności $N(t)$ do oszacowania czasu połowicznego rozpadu oraz zastosowanie równania prawa połowicznego rozpadu do wyznaczenia liczby jąder po $150\ \mathrm{h}$ oraz podanie wyniku zgodnego z oszacowanym T (np. $\frac{N(150\ \mathrm{h})}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150}{76}} \approx 0{,}25$).

1 pkt – poprawne zapisanie równania prawa rozpadu promieniotwórczego oraz poprawne podstawienie do tego równania współrzędnych punktu należącego do wykresu (np. zapisanie równań równoważnych 1) i 2) w sposobie 1. albo 2.)
LUB
– zapisanie, że dla połowy czasu połowicznego rozpadu w próbce pozostaje około 0,71 z początkowej liczby jąder (np. zapisanie równania: $\frac{N\left(\frac{T}{2}\right)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 0{,}71$ lub równania równoważnego – podobnie jak w sposobie 3.)
LUB
– niedokładne wyznaczenie czasu połowicznego rozpadu, tzn.: zastosowanie przybliżenia liniowego zależności $N(t)$ do wyznaczenia czasu połowicznego rozpadu, np. odczytanie i podanie $t = \frac{T}{2} \approx 38\ \mathrm{h}$ czyli $T \approx 76\ \mathrm{h}$ dla wartości $\frac{N(t)}{N_0} = 0{,}75$.

0 pkt – rozwiązanie, w którym zastosowano niepoprawną metodę, albo brak rozwiązania.

Uwaga dodatkowa

Warunki określone w zasadach oceniania za 1 pkt (trzeci warunek) i 2 pkt (drugi warunek) uwzględniają rozwiązanie metodą przybliżoną, która w tym przypadku prowadzi do wyniku np. $76\ \mathrm{h}$ – zbyt odbiegającego od rzeczywistego (o ponad 17%). Za rozwiązanie taką metodą zdający może uzyskać co najwyżej 2 pkt.

Przykładowe pełne rozwiązania

Sposób 1. (z równania prawa rozpadu promieniotwórczego)

Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$1)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Do równania podstawimy współrzędne punktu wykresu, np. $(t = 40\ \mathrm{h},\ N(t)/N_0 = 0{,}74)$:

$$2)\quad 0{,}74 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{40\ \mathrm{h}}{T}}$$

Wykładnik potęgi liczby ½ oznaczymy jako x, następnie do obliczenia x zastosujemy definicję logarytmu. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$3)\quad x = \frac{40\ \mathrm{h}}{T} \qquad \rightarrow \qquad 0{,}74 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$$

$$4)\quad x = \log_{\frac{1}{2}} 0{,}74 \approx 0{,}434 \qquad \rightarrow \qquad \frac{40\ \mathrm{h}}{T} \approx 0{,}434$$

$$5)\quad T \approx 92\ \mathrm{h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby N_0 jąder izotopu radonu $^{222}\mathrm{Rn}$ pozostanie w próbce po $150\ \mathrm{h}$ licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$6)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150\ \mathrm{h}}{92\ \mathrm{h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1{,}63} \approx 0{,}32$$

Sposób 2. (z równania prawa rozpadu promieniotwórczego)
Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$1)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Do równania podstawimy współrzędne punktu wykresu, np. $(t = 68\ \mathrm{h},\ \ N(t)/N_0\ = 0{,}60)$:

$$2)\quad 0{,}60 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{68\ \mathrm{h}}{T}}$$

Wykładnik potęgi liczby ½ oznaczymy jako x, następnie do obliczenia x zastosujemy definicję logarytmu. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$3)\quad x = \frac{68\ \mathrm{h}}{T} \qquad \rightarrow \qquad 0{,}60 = \left(\frac{1}{2}\right)^{x}$$

$$4)\quad x = \log_{\frac{1}{2}} 0{,}60 \approx 0{,}737 \qquad \rightarrow \qquad \frac{68\ \mathrm{h}}{T} \approx 0{,}737$$

$$5)\quad T \approx 92\ \mathrm{h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby N_0 jąder izotopu radonu $^{222}\mathrm{Rn}$ pozostanie w próbce po $150\ \mathrm{h}$, licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$6)\quad \frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150\ \mathrm{h}}{92\ \mathrm{h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1{,}63} \approx 0{,}32$$

Sposób 3. (z obliczeniem $T/2$)
Zapiszemy równanie prawa rozpadu promieniotwórczego (w wersji) z czasem połowicznego rozpadu:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T}}$$

Obliczymy, jaki ułamek liczby jąder pozostanie po czasie $t = \frac{T}{2}$:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \approx 0{,}707$$

Odczytamy z wykresu t, dla którego $\frac{N(t)}{N_0} \approx 0{,}71$:

$$\frac{N(t)}{N_0} \approx 0{,}71 \quad \text{dla} \quad t \approx 46\ \mathrm{h}$$

Skoro:

$$t = \frac{T}{2} \approx 46\ \mathrm{h} \qquad \rightarrow \qquad T \approx\ 92\ \mathrm{h}$$

Obliczymy, jaki ułamek z początkowej liczby N_0 jąder izotopu radonu $^{222}\mathrm{Rn}$ pozostanie w próbce po $150\ \mathrm{h}$ licząc od chwili $t = 0$. Obliczenia wykonamy na kalkulatorze naukowym:

$$\frac{N(t)}{N_0} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{150\ \mathrm{h}}{92\ \mathrm{h}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{1{,}63} \approx 0{,}32$$